ITY – 2. projekt

Martin Šimko
xsimko06@stud.fit.vutbr.cz

Úvod

Nyní si procvičíme sazbu matematických vzorců, využití matematických prostředí a textových struktur obvyklých pro technicky zaměřené texty (například rovnice (1) nebo definice 1.1 na straně 1).

1 Matematický text

Nejprve se podíváme na sázení matematických symbolů a výrazů v plynulém textu. Pro množinu V označuje $\mathrm{card}(V)$ kardinalitu V. Pro množinu V reprezentuje V^* volný monoid generovaný množinou V s operací konkatenace. Prvek identity ve volném monoidu V^* značíme symbolem ε. Nechť $V^+ = V^* - \{\varepsilon\}$. Algebraicky je tedy V^+ volná pologrupa generovaná množinou V s operací konkatenace. Konečnou neprázdnou množinu V nazvěme *abeceda*. Pro $w \in V^*$ označuje $|w|$ délku řetězce w. Pro $W \subseteq V$ označuje $\mathrm{occur}(w, W)$ počet výskytů symbolů z W v řetězci w a $\mathrm{sym}(w, i)$ určuje i-tý symbol řetězce w; například $\mathrm{sym}(abcd, 3) = c$.

Nyní se podíváme na sazbu definic a vět s využitím balíku `amsthm`.

Definice 1.1. *Bezkontextová gramatika* je čtveřice $G = (V, T, P, S)$, kde V je totální abeceda, $T \subseteq V$ je abeceda terminálů, $S \in (V - T)$ je startující symbol a P je konečná množina *pravidel* tvaru $q\colon A \rightarrow \alpha$, kde $A \in (V - T)$, $\alpha \in V^*$ a q je návěští tohoto pravidla. Nechť $N = V - T$ značí abecedu neterminálů. Pokud $q\colon A \rightarrow \alpha \in P$, $\gamma, \delta \in V^*$, G provádí derivační krok z $\gamma A \delta$ do $\gamma \alpha \delta$ podle pravidla $q\colon A \rightarrow \alpha$, symbolicky píšeme $\gamma A \delta \Rightarrow \gamma \alpha \delta\ [q\colon A \rightarrow \alpha]$ nebo zjednodušeně $\gamma A \delta \Rightarrow \gamma \alpha \delta$. Standardním způsobem definujeme $\Rightarrow^m$, kde $m \geq 0$. Dále definujeme tranzitivní uzávěr $\Rightarrow^+$ a tranzitivně-reflexivní uzávěr $\Rightarrow^*$.

Algoritmus můžeme uvádět podobně jako definice textově, nebo využít pseudokódu vysázeného ve vhodném prostředí (například `algorithm2e`).

Algoritmus 1.2. Algoritmus pro ověření bezkontextovosti gramatiky. Mějme gramatiku $G = (N, T, P, S)$.

1. Pro každé pravidlo $p \in P$ proveď test, zda p na levé straně obsahuje právě jeden symbol z N.

2. Pokud všechna pravidla splňují podmínku z kroku 1, tak je gramatika G bezkontextová.

Definice 1.3. *Jazyk* definovaný gramatikou G definujeme jako $L(G) = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^* w\}$.

1.1 Podsekce obsahující větu

Definice 1.4. Nechť L je libovolný jazyk. L je *bezkontextový jazyk*, když a jen když $L = L(G)$, kde G je libovolná bezkontextová gramatika.

Definice 1.5. Množinu $\mathcal{L}_{CF} = \{L | L$ je bezkontextový jazyk$\}$ nazýváme *třídou bezkontextových jazyků*.

Věta 1. *Nechť* $L_{abc} = \{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$. *Platí, že* $L_{abc} \notin \mathcal{L}_{CF}$.

Důkaz. Důkaz se provede pomocí Pumping lemma pro bezkontextové jazyky, kdy ukážeme, že není možné, aby platilo, což bude implikovat pravdivost věty 1. $\square$

2 Rovnice a odkazy

Složitější matematické formulace sázíme mimo plynulý text. Lze umístit několik výrazů na jeden řádek, ale pak je třeba tyto vhodně oddělit, například příkazem `\quad`.

$$\sqrt[x^2]{y_0^3} \quad \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\} \quad x^{y^y} \neq x^{yy} \quad z_{i_j} \not\equiv z_{ij}$$

V rovnici (1) jsou využity tři typy závorek s různou explicitně definovanou velikostí.

$$-\Bigg\{ \bigg[\Big(a + b \Big) * c \bigg]^d \Bigg\} = 0 \tag{1}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{x} = 3 \tag{2}$$

V této větě vidíme, jak vypadá implicitní vysázení limity $\lim_{n\to\infty} f(n)$ v normálním odstavci textu. Podobně je to i s dalšími symboly jako $\sum_1^n$ či $\bigcup_{A \in \mathcal{B}}$. V případě vzorce $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ jsme si vynutili méně úspornou sazbu příkazem `\limits`.

$$\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x \tag{3}$$

$$\left(\sqrt[5]{x^4}\right)' = \left(x^{\frac{4}{5}}\right)' = \frac{4}{5} x^{-\frac{1}{5}} = \frac{4}{5\sqrt[5]{x}} \tag{4}$$

$$\overline{\overline{A \vee B}} = \overline{\overline{A} \wedge \overline{B}} \tag{5}$$

3 Matice

Pro sázení matic se velmi často používá prostředí `array` a závorky (`\left`, `\right`).

$$\left(\begin{array}{cc} a + b & a - b \\ \widehat{c + d} & \hat{b} \\ \vec{a} & \overrightarrow{AC} \\ \alpha & \beta \end{array} \right)$$

$$\left| \begin{array}{cc} t & u \\ v & w \end{array} \right| = tw - uv$$

$$\mathbf{A} = \left\| \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{array} \right\|$$

Prostředí `array` lze úspěšně využít i jinde.

$$\binom{n}{k} = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{n!}{k!(n-k)!} & \text{pro } 0 \leq k \leq n \\ 0 & \text{pro } k < 0 \text{ nebo } k > n \end{array} \right.$$

4 Závěrem

V případě, že budete potřebovat vyjádřit matematickou konstrukci nebo symbol a nebude se Vám dařit jej nalézt v samotném LaTeXu, doporučuji prostudovat možnosti balíku maker $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-LaTeX. Analogická poučka platí obecně pro jakoukoli konstrukci v TeXu.